



מבחן A

משך המבחן: שעותיים. אין להשתמש במחשבון / חומר עזר.
יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תקבל ניקוד.

1. מה יותר גדול: $\frac{10^{10} + 2}{10^{11} + 3}$ או $\frac{10^{11} + 23}{10^{12} + 34}$?

2. מצאו את כל הפתרונות של המשוואה $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3}$.

3. נתון משושה משוכלל ABCDEF וריבוע AXY. מהו היחס בין שטח ABCDEF לשטח של AXY ?

4. נתון:

$$\begin{cases} a \cdot b = 35 \\ (a+1)(b+1) = 48 \end{cases}$$

חשבו את $(a+3)(b+3)$.

5. נתונים 3 שקים. בשק אחד נמצאים 2 כדורים שחורים, 2 כדורים לבנים ו-100 כדורים כחולים. בשק שני נמצאים 2 כדורים שחורים, 100 כדורים לבנים ו-2 כדורים כחולים. בשק שלישי נמצאים 100 כדורים שחורים, 2 כדורים לבנים ו-2 כדורים כחולים. אנחנו לא יודעים איזה שק הוא איזה ורוצים לגלות. בשביל זה נוכל לבקש להוציא K כדורים מהשק א', N כדורים משק ב' ו-M כדורים משק ג' (אנחנו בוחרים את N, K, ו-M). עבור איזה $M + N + K$ קטן ביותר נוכל לגלות לגבי כל השקים את צבע הכדורים הנפוץ בהם?

6. משושה ABCDEF חסום במעגל. נתון כי AE מקביל ל-BD, וגם כי BF מקביל ל-CE. הוכיחו כי AF מקביל ל-CD.

7. שני מספרים טבעיים a ו-b ומספר ראשוני p מקיימים משוואה $b^2 - a^2 = p$. האם בהינתן p ניתן לשחזר את a ו-b? אם כן מצאו ביטוי מפורש ל-a ול-b באמצעות p; אם לא מצאו דוגמה לראשוני p ושתי אפשרויות שונות עבור a ו-b.

בהצלחה!