



**School of Mathematical Sciences** בית הספר למדעי המתמטיקה  
 The Raymond and Beverly Sackler הפקולטה למדעים מדויקים  
 Faculty of Exact Sciences ע"ש ריימונד ובברלי סאקלר  
 Tel Aviv University אוניברסיטת תל אביב

## מבחן סיווג במתמטיקה (06.08.2019)

משך המבחן: שלוש שעות

אין להשתמש במחשבון או בכל חומר עזר אחר

יש להוכיח כל טענה באופן מלא. תשובה נכונה ומלאה לכל שאלה נושאת 17 נקודות זכות

1. במצולע משוכלל בעל צלע באורך 1, אורך האלכסון הקצר ביותר הוא  $\sqrt{3}$ . בן כמה צלעות המצולע?

לעזרתכם:  $\sin 0^\circ = 0$   $\sin 30^\circ = 1/2$   $\sin 45^\circ = \sqrt{2}/2$   $\sin 60^\circ = \sqrt{3}/2$   $\sin 90^\circ = 1$   
 כמו כן, להזכירכם: מצולע משוכלל הוא כידוע מצולע שווה-צלעות שגם כל זוויותיו חופפות. אלכסון של מצולע הוא קטע המחבר שני קדקודים שאינם קצוות של אותה צלע. אלכסוני מצולע, אף אם הוא משוכלל, אינם שווים אורך (אלא אם כן הוא משוכלל ויש לו שני אלכסונים בלבד, כלומר רק כאשר הוא ריבוע).

2. זהו וכתבו במפורש (לא בהצגה פולארית) את כל המספרים המרוכבים  $z$  שעבורם  $z^3 = |z|$

3. הוכיחו כי לכל מספר טבעי  $1 \leq n$  ולכל מספר ממשי  $x$ ,

$$\sin(x) \cos(x) \cos(2x) \dots \cos(2^n x) = \frac{\sin(2^{n+1} x)}{2^{n+1}}$$

לעזרתכם:  $\sin(x+y) = \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y)$   $\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$

4. כמה תת-קבוצות יש לקבוצה  $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ ? רשמו את כולן.

5. זהו את קבוצת כל המספרים הממשיים  $x \in (-\pi, \pi)$  המקיימים  $\log_2 \cos(x) > -\frac{1}{2}$ .

6. תהי  $F$  קבוצת כל הפונקציות מהקבוצה  $A = \{1, 2, 3\}$  לקבוצה  $B = \{1, 2, \dots, 10\}$ .

א. כמה איברים יש בקבוצה  $F$ ?

ב. כמה מהם הם פונקציות חד-חד ערכיות?

ג. כמה מהם הם פונקציות מונוטוניות (עולות או יורדות) **ממש**?

ד. כמה מהם הם פונקציות עולות **חלש** (כלומר, עולות אך לא דווקא ממש).

ב ה צ ל ח ה