20) א.

| האנרגיה \ הנקודה | F | D | C | B | A |
|---|---|---|---|---|---|
| קינטית | 0 | $mg(H-h-l\cdot\mu_k)$ | mg(H-h) | mgH | 0 |
| פוטנציאלית כובדית יחסית למישור MN | mgh | mgh | mgh | 0 | mgH |
| פוטנציאלית אלסטית | $mg(H-h-l\cdot\mu_k)$ | 0 | 0 | 0 | 0 |

כאשר כוח החיכוך הקינטי $f_k=\mu_k\cdot N=\mu_k mg$, והעבודה שהוא מבצע $-l\cdot\mu_k\cdot mg$.

ב. נציב את הנתונים בביטויים לאנרגיה קינטית שכתבנו בטבלה:

$$mg(H-h)=\frac{mv_C^2}{2}\Rightarrow v_C=\sqrt{2g(H-h)}=\sqrt{2\cdot 9.81\cdot 2}=\sqrt{39.24}=6.264183905\ [\tfrac{m}{s}]\approx 6.26\ [\tfrac{m}{s}]$$

ועבור נקודה D:

$$mg(H-h-l\cdot\mu_k)=\frac{mv_D^2}{2}\Rightarrow v_D=\sqrt{2g(H-h-l\cdot\mu_k)}=\sqrt{2\cdot 9.81\cdot 1.7}=\sqrt{33.354}$$

$$v_D=5.7752922\ [\tfrac{m}{s}]\approx 5.78\ [\tfrac{m}{s}]$$

ג. הקשר בין אנרגיה פוטנציאלית אלסטית וקבוע הקפיץ: $U=\frac{1}{2}k\Delta x^2$. נציב:

$$mg(H-h-l\cdot\mu_k)=\frac{1}{2}k\cdot 0.1^2\Rightarrow k=5003.10\ [\tfrac{N}{m}]$$

ד. המהירות בנקודה D היא אותה מהירות שהייתה לו בנקודה זו מקודם שכן הכוח שמפעיל הקפיץ הוא כוח משמר ולא היה איבוד אנרגיה, לכן:

$$v_{D,new}=5.7752922\ [\tfrac{m}{s}]\approx 5.78\ [\tfrac{m}{s}]$$

העבודה שעשה המשטח המחוספס היא שוב $-l\cdot\mu_k\cdot mg$ ולכן:

$$mg(H-h-2l\cdot\mu_k)=\frac{mv_{C,new}^2}{2}\Rightarrow v_{C,new}=\sqrt{2g(H-h-2l\cdot\mu_k)}=\sqrt{2\cdot 9.81\cdot 1.4}=\sqrt{27.468}$$

$$v_{C,new}=5.240992272\ [\tfrac{m}{s}]\approx 5.24\ [\tfrac{m}{s}]$$

מכאן ועד שיגיע לגובה המקסימלי יש שימור אנרגיה. בגובה המקסימלי כל האנרגיה הקינטית הופכת לפוטנציאלית והגוף נעצר לרגע. האנרגיה המכנית הכוללת בנקודה C:

$$E_C=mgh+\frac{mv_{C,new}^2}{2}=mgh_{max}\Rightarrow h_{max}=h+\frac{v_{C,new}^2}{2g}=2.40\ [m]$$

21) א.האנרגיה של יצחק נשמרת במהלך התנועה (כוח הקפיץ וכח המשיכה משמרים). הוא נופל ממנוחה ולכן בתחילת התנועה יש לו רק אנרגיה פוטנציאלית כובדית. בגובה של $2[m]$ מהקרקע הקפיץ מחזיר אותו כלפי מעלה, כלומר בגובה זה המהירות שלו מתאפסת שוב והפעם יש לו אנרגיה פוטנציאלית כובדית ואלסטית. אנרגיה פוטנציאלית של קפיץ נתונה על ידי $\frac{1}{2}k\Delta l^2$.

$$mgH = mgh + \tfrac{1}{2}k\Delta l^2 \Rightarrow 60 \cdot 9.81 \cdot 77 = 60 \cdot 9.81 \cdot 2 + \tfrac{1}{2} \cdot 100 \cdot \Delta l^2 \Rightarrow \Delta l = 29.71363323\ [m]$$

כלומר, הקפיץ מתוח ואורכו הנוכחי גדול ב$29.71\ [m]$ מאורכו הרפוי. אורכו הנוכחי הוא $75\ [m]$.

לכן, אורכו הרפוי של הקפיץ הוא: $l_0 = 75 - 29.71363323 = 45.28636677\ [m] \approx 45.29\ [m]$.

ב. כוח שמפעיל קפיץ הוא $-k\Delta l$. כלומר, בנקודה זו הכוח פועל כלפי מעלה.

$$\Rightarrow \Sigma F = 100 \cdot 29.71363323 - 60 \cdot 9.81 = 2382.763323\ [N] \approx 2382.76\ [N]$$

כלפי מעלה.

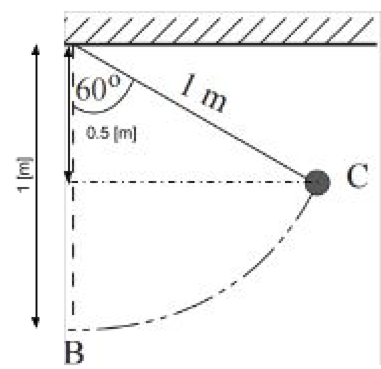
ג. נבדוק מתי הכוח השקול מתאפס (כוח הקפיץ חייב לפעול כלפי מעלה, כלומר הקפיץ ארוך יותר ממצבו הרפוי):

$$k\Delta l - mg = 0 \Rightarrow \Delta l = \tfrac{60 \cdot 9.81}{100} = 5.886\ [m]$$

כלומר אורך הקפיץ בנקודה זו הוא $45.28636677 + 5.886 = 51.17236677\ [m]$ וזה המרחק מהקורה. כלומר, הגובה מעל הקרקע:

$$h = 77 - 51.17236677 = 25.82763323\ [m] \approx 25.83\ [m]$$

22) האנרגיה המכנית של המטוטלת נשמרת במהלך התנועה (הכוחות שפועלים על המשקולת משמרים). נאפס את האנרגיה הפוטנציאלת בגובה של הנקודה B. נחשב את הגובה של נקודה C:




כאשר $1 \cdot cos60^\circ = 0.5\ [m]$. כלומר, הגובה של נקודה C (וגם A) ביחס לנקודה B הוא חצי מטר. משימור אנרגיה נקבל:

$$mgh + 0 = 0 + \tfrac{mv^2}{2} \Rightarrow 0.1 \cdot g \cdot 0.5 = \tfrac{0.1}{2} \cdot v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot 0.5} = \sqrt{g} = 3.132091953\ [\tfrac{m}{s}] \approx 3.13\ [\tfrac{m}{s}]$$

כאשר כיוון המהירות תמיד משיקי במהלך תנועה זאת, כלומר בנקודה B כיוון המהירות היא שמאלה (או ימינה בדרך חזרה מנקודה A.

ב. הרכיב המשיקי גורם לשינוי הגודל של מהירות המשקולת, והרכיב הרדיאלי גורם לשינוי הכיוון של מהירות המשקולת.

ג. המסלול של תנועה הוא מעגלי (אורך החוט, הרדיוס, לא משתנה). על מנת שתתקיים תנועה מעגלית, התאוצה הרדיאלית חייבת לקיים שני תנאים: להיות לכיוון המרכז, ושגודלה יהיה $a_r = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}$. בנקודות A וC מהירות המשקולת היא 0. לכן אין תאוצה רדיאלית, הכוח השקול הוא בכיוון משיקי וגם התאוצה. בנקודה C, הכיוון הוא $240^\circ = 1\frac{1}{3}\pi\ [rad]$ מהכיוון החיובי של ציר הא (נגדיר שהכיוון החיובי הוא ימינה), ובנקודה A, הכיוון הוא $-60^\circ = \frac{\pi}{3}\ [rad]$. בנקודה C, פועלים כוחות רק בציר האנכי ולכן כיוון התאוצה הכוללת הוא כלפי מעלה.

מבחינת הגדלים: בנקודה C (וגם בנקודה A) הכוח השקול בציר הרדיאלי הוא אפס. בכיוון המשיקי:

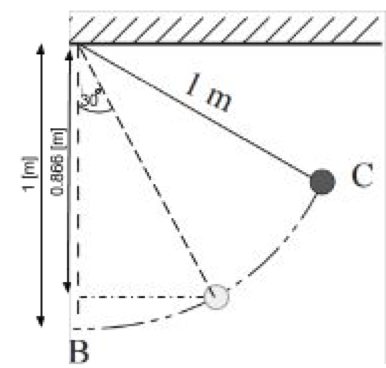
$$\Sigma F = mg\cos 30^\circ = 0.1 \cdot g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = ma \Rightarrow a_{C,A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 9.81 = 8.495709211\ [\frac{m}{s^2}] \approx 8.50\ [\frac{m}{s^2}]$$

בנקודה B, יש רק תאוצה רדיאלית שמקיימת:

$$a_B = \frac{v^2}{R} = \frac{g}{1} = g = 9.81\ [\frac{m}{s^2}]$$

לכיוון התקרה.

ד. נשתמש בשימור אנרגיה לחשב את גודל המהירות ובדרישה על התאוצה הרדיאלית כדי לדעת את הכוח הכולל בציר הרדיאלי. ראשית, נחשב מה הגובה של נקודה כזאת מעל B:




הגובה של הנקודה מעל B הוא: $h_{30} = 1 - 1 \cdot \cos 30^\circ = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.133974596\ [m] \approx 0.13\ [m]$

$$0.1 \cdot g \cdot 0.5 + 0 = 0.1 \cdot g \cdot\ 0.13 + \frac{0.1 \cdot v^2}{2} \Rightarrow v^2 = 2g \cdot 0.366025403$$

$$\Rightarrow a_r = \frac{v^2}{R} = \frac{2g \cdot 0.366025403}{1} = 7.181418422\ [\frac{m}{s^2}] = \frac{\Sigma F_r}{m}$$

$$\Rightarrow \Sigma F_r = 0.718141842\ [N] = T - mg\sin 60^\circ \Rightarrow T = 0.72 + 0.1 \cdot g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1.567712763\ [N] \approx 1.57\ [N]$$

ה. עבודה מוגדרת $W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$. מכיוון שמתיחות מאונכת לכיוון התנועה במטוטלת, התוצאה של המכפלה הסקלרית בינה לבין הדרך שעוברת המשקולת הוא 0. לכן $W_T = 0$.

23) א. התאוצה המשיקית של הכדור מרבית בנקודות שיא הגובה של התנועה, 1 ו5 בהן היא עוצרת לרגע, והזווית בין כוח המשיכה לכיוון המשיק הכי קטנה כך שהכוח הכולל בכיוון המשיק הוא הגדול ביותר בתנועה. לעומת זאת, המהירות המשיקית מקסימלית בנקודה 3. משיקולי שימור אנרגיה אפשר להבין שהאנרגיה המכנית הכוללת נשמרת, ולכן בנקודה הנמוכה ביותר יש

את האנרגיה הקינטית הגדולה ביותר, כלומר את המהירות הגדולה ביותר. המהירות משיקה למסלול כל הזמן, לכן המהירות הגדולה ביותר היא גם המהירות המשיקית הגדולה ביותר.

ב. המסלול של תנועה הוא מעגלי (אורך החוט, הרדיוס, לא משתנה). על מנת שתתקיים תנועה מעגלית, התאוצה הרדיאלית חייבת לקיים שני תנאים: להיות לכיוון המרכז, ושגודלה יהיה $a_r = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}$. מכיוון שבנקודה 3 המהירות היא הגבוהה ביותר, כך גם התאוצה הרדיאלית.

בקשר למהירות רדיאלית: המהירות הרדיאלית שווה ל0 לכל אורך התנועה של המטוטלת.

ג. נשתמש בשיקולי אנרגיה. משימור אנרגיה נקבל:

$$mgh_1 + 0 = mgh_3 + \frac{mv_3^2}{2} \Rightarrow v_3^2 = 2g(h_1 - h_3) = 2gh$$

כמו שהראינו, התאוצה הרדיאלית שווה בגודלה ל $\frac{v^2}{R}$ לכל אורך התנועה. מכיוון ובנקודה 3 פועלים כוחות רק בכיוון הרדיאלי, זאת גם התאוצה הכוללת. לפי החוק השני של ניוטון $ma = \Sigma F$. לכן:

$$\Sigma F_3 = ma_3 = \frac{mv_3^2}{L} = \frac{2mgh}{L}$$

ד. בשני הניסויים, הכדור ניתק מהחוט כשהמהירות האנכית שלו היא אפס. שניהם מאיצים כלפי מטה

בg, ונופלים מאותו גובה. לכן זמן הפגיעה שלהם בקרקע יהיה זה: $\frac{t_1}{t_2} = 1$.

ה. התנועה האופקית של שני הכדורים היא תנועה במהירות קבועה. כלומר המרחק שיעברו

$$D = v_0 t$$

כאמור, הזמנים שלוקח לשניהם להגיע לקרקע הם זהים ולכן:

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{v_1 t_1}{v_2 t_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

את המהירות של כדור המגיע מנקודה 1 לנקודה 3 חישבנו כבר והיא $v_1 = \sqrt{2gh}$. אך בעצם, ביטוי זה נכון עבור כל h ולכן יהיה נכון גם עבור $\frac{h}{2}$: $v_2 = \sqrt{2g \cdot \frac{h}{2}} = \sqrt{gh}$. היחס בין המרחקים יהיה:

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{gh}} = \sqrt{2}$$

24) א. בעצם החוק השני של ניוטון אומר: $\frac{dp}{dt} = m\vec{a} = \vec{F}$, ואם נכפיל בdt נקבל: $d\vec{p} = \vec{F}dt$. אינטגרציה תביא לנו את השינוי בתנע: $\Delta\vec{p} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}dt$. במקרה הזה אפשר לחשב את השטח של שני המשולשים (הזהים) והמלבן או לעשות את האינטגרל בצורה מפורשת. דרך ראשונה:

$$\Delta\vec{p} = \frac{2}{1000} \cdot 200 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{1000} \cdot 1000 + \frac{2}{1000} \cdot 200 \cdot \frac{1}{2} = 0.4 + 1 = 1.4 \ [N \cdot s]$$

דרך שנייה: הישר הראשון הוא

$F = \frac{200}{0.002}t = 100000t; \quad for\ 0 < t < 0.002$

$F = 1000; \quad for\ 0.002 < t < 0.003$

עבור הישר השלישי, השיפוע הוא: $\frac{0-200}{0.005-0.003} = -100000$ , ולפי החיתוך עם ציר הא, האיבר החופשי הוא $-100000 \cdot 0.005 + c_1 = 0 \Rightarrow c_1 = 500$:

$F = \frac{200}{0.002}t = -100000t + 500; \quad for\ 0.003 < t < 0.005$

ואז נקבל:

$$\Delta\vec{p} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}\,dt = \int_0^{0.002} 100000t\,dt + \int_{0.002}^{0.003} 1000\,dt + \int_{0.003}^{0.005} (-100000t + 500)\,dt =$$

$$\Delta\vec{p} = [50000t^2]_0^{0.002} + [1000t]_{0.002}^{0.003} + [-50000t^2 + 500t]_{0.003}^{0.005} = 0.2 + 1000 \cdot (0.003 - 0.002) + [$$

$$\Delta\vec{p} = 0.2 + 1000 \cdot (0.003 - 0.002) + [-50000 \cdot 0.005^2 + 500 \cdot 0.005 + 50000 \cdot 0.003^2 - 500 \cdot 0.003]$$

$$\Delta\vec{p} = 0.2 + 1 + [-1.25 + 2.5 + 0.45 - 1.5] = 0.2 + 1 + 0.2 = 1.4[N \cdot s]$$

ב. בסעיף א' חישבנו את השינוי בגודל התנע. כמובן, הכיוון בו מתרחש שינוי זה הוא כיוון החבטה. במקרה הזה, המהירות האופקית (והתנע האופקי) של הכדור הייתה 0 לפני החבטה, והשינוי בתנע מהחבטה הוא $1.4[N \cdot s]$ , וזה יהיה גם התנע האופקי לאחר החבטה. נחלק במסה כדי לדעת מה המהירת האופקית לאחר החבטה:

$$p_x = 1.4 = mv_x \Rightarrow v_x = \frac{1.4}{0.06} = 23\tfrac{1}{3}\ [\tfrac{m}{s}]$$

הרכיב האנכי הוא: $v_y = 5\ [\frac{m}{s}]$ . את גודל המהירות הכוללת נחשב על ידי משפט פיתגורס:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = 23\tfrac{1}{3}^2 + 5^2 = 544\tfrac{4}{9} + 25 = 569\tfrac{4}{9}[\tfrac{m^2}{s^2}] \Rightarrow v \approx 23.86[\tfrac{m}{s}]$$

בהנחה שהכיוון למעלה הוא החיובי, וגם הכיוון אליו חבט השחקן, נשתמש הטריגונומטריה לברר הזווית בין הוקטור לציר הא לפי הגדלים של המהירות הכוללת ורכיב האיקס:

$$23.86 \cdot cos\theta = 23\tfrac{1}{3} \Rightarrow cos\theta = 0.977802414 \Rightarrow \theta = 12.09^\circ = 0.21[rad]$$

וזה הכיוון של המהירות.

ג. נפריד את הבעיה לתנועה בתאוצה קבועה בציר האנכי, ותנועה במהירות קבועה בציר האופקי. התאוצה של הכדור בציר האנכי היא $-9.81\ [\frac{m}{s^2}]$, והמהירות ההתחלתית היא $5[\frac{m}{s}]$ . הגובה ההתחלתי הוא $5[m]$ . נחשב מה הזמן בו הכדור פגע בקרקע (שימוש ב $x = x_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$ ):

$$0 = \tfrac{1}{2} + 5t - 9.81 \cdot \tfrac{t^2}{2} \Rightarrow 9.81t^2 - 10t - 1 = 0 \Rightarrow t_{imp} = \tfrac{10 \pm \sqrt{100+39.24}}{19.62} = \tfrac{10 \pm 11.8}{19.62} = \tfrac{21.8}{19.62} = 1\tfrac{1}{9}[s]$$

כאשר לקחנו רק את התוצאה החיובית. כעת נחשב מה המרחק שעבר בזמן זה במהירות קבועה של $23\frac{1}{3}\ [\frac{m}{s}]$:

$$\Delta x = 23\tfrac{1}{3} \cdot 1\tfrac{1}{9} = 25\tfrac{25}{27}[m]$$

על מנת לברר האם יצליח לעבור את הרשת אפשר לחשב מתי יגיע הכדור לגובה של 0.6 מטרים (מן הסתם יהיו שתי תוצאות), או לחשב מתי הוא יעבור מרחק אופקי של 2 מטרים. הדרך השנייה פשוטה יותר:

$2 = 23\frac{1}{3} \cdot t_{net} \Rightarrow t_{net} = \frac{3}{35}[s]$

וכעת נציב במשוואה לתנועה בציר y:

$y_{net} = \frac{1}{2} + 5 \cdot \frac{3}{35} - \frac{9.81}{2} \cdot (\frac{3}{35})^2 \approx 0.89[m]$

כלומר, הכדור יעבור את הרשת.

25) א. על מערכת הגופים A וB לא פועלים כוחות חיצוניים, ולכן התנע הכולל של המערכת נשמר. לפני שחרור הקפיץ שני הגופים היו במנוחה ולכן התנע הכולל היה אפס, ולכן גם לאחר שחרור הקפיץ התנע הכולל של המערכת הזו יהיה אפס.
ניעזר בעובדה זו כדי לחשב את המהירות של גוף B מיד לאחר שחרור הקפיץ. ראשית - הכיוון של המהירות של גוף B חייב להיות ימינה כדי "לנטרל" את התנע של גוף A (אם הם ינועו באותו כיוון אז לא יכול להתאפס התנע הכולל). נחשב לפי הדרישה על תנע כולל אפס (כיוון ימין חיובי):

$\vec{p}_{A+B} = 0 = m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B = 0.1 \cdot (-0.6) + 0.2 \cdot \vec{v}_B \Rightarrow \vec{v}_B = \frac{0.06}{0.2} = 0.3\ [\frac{m}{s}]$

ב. בהתנגשות האלסטית נשמרת האנרגיה הקינטית של גוף A. מכיוון שהקיר מקובע המהירות שלו אפס, ולכן מה שנשמר הוא בעצם $E_{k,A} = \frac{mv_A^2}{2}$, והמסה קבועה אז $v_A^2$ נשמר. הגוף הופך את כיוונו לאחר ההתנגשות, ולכן מהירותו לאחר ההתנגשות: $\vec{v}_A = 0.6[\frac{m}{s}]$. המתקף שמפעיל הקיר על גוף Aשווה לשינוי בתנע של A, כלומר:

$\vec{J} = \Delta\vec{p} = m_A \cdot \Delta v = 0.1 \cdot (0.6 - (-0.6)) = 0.12\ [N \cdot s]$

בכיוון ימין.

ג. השטח שכלוא מתחת לגרף הוא בעצם המתקף שחישבנו בסעיף הקודם. השטח הזה הוא פשוט חיבור של שטח של שני משולשים. ניתן לחשב בדרך זו או בעזרת אינטגרל (ראה שאלה 10).

$J = \frac{F_{max} \cdot 0.04 + F_{max} \cdot 0.04}{2} = 0.04 \cdot F_{max} = 0.12 \Rightarrow F_{max} = 3\ [N]$

ד. בהתנגשות פלסטית שכזאת יש שימור תנע, אך לא שימור אנרגיה. נתון שהאנרגיה הקינטית של הגוף המשולב שווה לאפס, כלומר המהירות שלו שווה לאפס. לכן, התנע של הגוף המשולב לאחר ההתנגשות שווה אפס, ומשימור תנע נובע שהתנע הכולל של שני הגופים לפני ההתנגשות שווה גם לאפס:

$0 = m_B\vec{v}_B + m_C\vec{v}_C = 0.2 \cdot 0.3 + 0.4\vec{v}_C \Rightarrow \vec{v}_C = \frac{-0.006}{0.4} = \ -0.15\ [\frac{m}{s}]$

ה. מהסעיפים הקודמים אנו יודעים שהגוף המשולב $B + C$, שמסתו הכוללת $0.7\ [kg]$ במנוחה, וגוף A שמגיע משמאל מגיע במהירות של $\vec{v}_A = 0.6[\frac{m}{s}]$. בהתנגשות פלסטית יהיה שימור תנע:

$m_A\vec{v}_A = m_{A+B+C}\vec{v}_{A+B+C} \Rightarrow 0.1 \cdot 0.6 = 0.8 \cdot \vec{v}_{A+B+C} \Rightarrow \vec{v}_{A+B+C} = \frac{0.06}{0.8} = 0.075\ [\frac{m}{s}]$

בנוגע לאנרגיה הקינטית שאבדה, נבדוק מה האנרגיה הקינטית לפני ואחרי ההתנגשות:

$E_{k,before} = \frac{m_A v_A^2}{2} = \frac{0.1 \cdot 0.36}{2} = 0.018\ ;\ E_{k,after} = \frac{m_{A+B+C} v_{A+B+C}^2}{2} = \frac{0.8 \cdot 5.625 \cdot 10^{-3}}{2} = 2.25 \cdot 10^{-3}\ [J]$

ולכן האנרגיה הקינטית שאבדה בהתנגשות:

$E_{k,lost} = 0.018 - 2.25 \cdot 10^{-3} = 0.01575\ [J] \approx 0.016\ [J]$

26) א. השטח שמתחת לגרף הוא המתקף שפועל על קרונית 2. המתקף שווה לשינוי בתנע:

$$\vec{J}=\frac{10^4\cdot 10^{-3}}{2}=5[N\cdot s]=\Delta\vec{p}=m_2\cdot(1.25-0)\Rightarrow m_2=\frac{5}{1.25}=4\ [kg]$$

ב.

ג. זו התנגשות אלסטית. האנרגיה הקינטית הכוללת של שני הגופים והתנע הכולל שלהם נשמר:

$$m_1v_1+0=m_1u_1+m_2u_2\Rightarrow 2v_1=2u_1+5\Rightarrow v_1=u_1+2.5$$

$$\frac{m_1v_1^2}{2}+0=\frac{m_1u_1^2}{2}+\frac{m_2u_2^2}{2}\Rightarrow v_1^2=u_1^2+2\cdot 1.5625\Rightarrow (u_1+2.5)^2=u_1^2+3.125\Rightarrow u_1^2+5u_1+6.25=u_1^2+3.125$$

$$\Rightarrow u_1=\frac{3.125-6.25}{5}=\ -0.625\ [\tfrac{m}{s}]\approx\ -0.63[\tfrac{m}{s}]\Rightarrow v_1=u_1+2.5=1.875\ [\tfrac{m}{s}]\approx 1.88\ [\tfrac{m}{s}]$$

ד. בעלייה על גבי המישור המשופע הישר, פועל על הגוף כוח קבוע (הרכיב של כוח הכובד שמקביל למישור) בניגוד לכיוון תנועתה. לכן היא תאיץ לכיוון השני בתאוצה קבועה עד שתגיע לקצה העלייה, שם שקול הכוחות עליה יחזור להיות אפס והיא תמשיך במהירות קבועה שנמוכה יותר מזו שהייתה לי לפני העלייה. גרף (1) הוא זה שמתאר תנועה שכזאת.

ה. המישור המשופע עדיין חלק, ולכן בעלייה בו פועלים רק כוחות משמרים (כוח הכובד וכוח נורמלי) ולכן האנרגייה המכנית הכוללת של הגוף נשמרת בעלייה:

$$\frac{m_2u_2^2}{2}=\frac{m_2v_{2C}^2}{2}+m_2gh\Rightarrow v_{2C}=\sqrt{u_2^2-2gh}=\sqrt{1.5625-2\cdot 9.81\cdot 0.05}=\sqrt{0.5815}=0.762561472\ [\tfrac{m}{s}]$$

לאחר מכן הגוף נוסע על משטח בעל חיכוך. סועל עליו כוח חיכוך קבוע בכיוון המנוגד לתנועה:

$$f_k=\mu_k\cdot N=\mu_k\cdot m_2g=m_2a\Rightarrow a=\mu_kg=0.1g$$

נשתמש ב $v^2=v_0^2+2a\Delta x$ כדי למצוא את המהירות בנקודה D:

$$v_{2D}^2=v_{2C}^2-2\cdot 0.1g\cdot\Delta x=0.5815-0.2\cdot 9.81\cdot 0.1=0.5815-0.1962=0.3853\ [\tfrac{m^2}{s^2}]$$

$$v_{2D}=0.620725382[\tfrac{m}{s}]$$

כשהגוף מגיע לקפיץ לא פועלים עליו רק כוחות משמרים שוב (הכוח שמפעיל הקפיץ הוא כוח משמר). לכן האנרגיה הקינטית שלו נשמרת וכשהוא חוזר לנקודה D, הגודל של המהירות שלו נשמר שכן הקפיץ חוזר למצבו הרפוי ולכן אין אנרגיה פוטנציאלית אלסטית, אבל בכיוון הפוך.

הגוף שוב עובר על אותו משטח מחוספס. נשתמש שוב באותה נוסחה:

$$v_{2C2}^2=v_{2D}^2-2\cdot 0.1g\cdot\Delta x=0.3853-0.2\cdot 9.81\cdot 0.1=0.3853-0.1962=0.1891\ [\tfrac{m^2}{s^2}]$$

$$v_{2C2}=\ -0.434856298\ [\tfrac{m}{s}]$$

ולאחר מכן הוא מתגלגל במורד המדרון, שם שוב נשמרת האנרגיה המכנית הכוללת של הגוף ולכן:

$$\frac{m_2v_{2C2}^2}{2}+m_2gh=\frac{m_2v_{2B}^2}{2}\Rightarrow v_{2B}=\sqrt{v_{2C2}^2+2gh}=\sqrt{0.1891+2\cdot 9.81\cdot 0.05}=\sqrt{1.1701}=\ -1.081711607[\tfrac{m}{s}]$$

כעת, הוא מתנגש בגוף A (שנע עדיין במהירות $-0.625\ [\tfrac{m}{s}]$ ולכן גוף B ישיג אותו בסופו של דבר).

$I$) במקרה של התנגשות אלסטית התנע והאנרגיה הקינטית נשמרים:

$$m_1u_1+m_2v_{2B}=m_1v_{1f}+m_2v_{2f}\Rightarrow 2\cdot(-0.625)+4\cdot(-1.08)=2\cdot v_{1f}+4\cdot v_{2f}$$

$$\frac{m_1u_1^2}{2}+\frac{m_2v_{2B}^2}{2}=\frac{m_1v_{1f}^2}{2}+\frac{m_2v_{2f}^2}{2} \Rightarrow 2\cdot 0.390625+4\cdot 1.1701=2\cdot v_{1f}^2+4\cdot v_{2f}^2$$
$$\Rightarrow v_{1f}=(-0.625)+2\cdot(-1.08)-2\cdot v_{2f}=\ -(2.788423214+2v_{2f})$$
$$\Rightarrow 0.390625+2\cdot 1.1701=(2.788423214+2v_{2f})^2+2\cdot v_{2f}^2$$
$$\Rightarrow 2.730825=7.77530402+11.15369286v_{2f}+4\cdot v_{2f}^2+2\cdot v_{2f}^2$$
$$\Rightarrow 6\cdot v_{2f}^2+11.15369286v_{2f}+5.04447902=0 \Rightarrow v_{2f}=\frac{-11.15\pm\sqrt{11.15^2-24\cdot 5.04}}{12}=\ -1.08171\ or\ -0.777237$$

נבדוק על ידי הצבה למציאת המהירות השנייה:

$$\Rightarrow v_{1f}=\ -(2.788423214+2v_{2f}) \Rightarrow if\ v_{2f}=\ -1.08171[\tfrac{m}{s}] \Rightarrow v_{1f}=\ -0.625003214\ [\tfrac{m}{s}]$$

אבל במקרה זה גוף 2 יהיה מהיר יותר מגוף 1, מה שאומר שבפועל הם ימשיכו לנוע יחד וזו לא תהיה התנגשות אלסטית, לכן נבחר בתשובה השנייה:

$$\Rightarrow v_{2f}=\ -0.777237[\tfrac{m}{s}]\approx\ -0.78[\tfrac{m}{s}] \Rightarrow v_{1f}=\ -1.233949214\ [\tfrac{m}{s}]\approx\ -1.23\ [\tfrac{m}{s}]$$

$II$) במקרה של התנגשות פלסטית התנע נשמר והגופים נדבקים ביחד לגוף אחד:

$$m_1u_1+m_2v_{2B}=(m_1+m_2)\cdot v_{1+2,f} \Rightarrow 2\cdot(-0.625)+4\cdot(-1.08)=(2+4)\cdot v_{1+2,f}$$
$$\Rightarrow v_{1+2,f}=\frac{-2.788423214}{3}=\ -0.929474404\ [\tfrac{m}{s}]\approx\ -0.93\ [\tfrac{m}{s}]$$

27) ברגע שהכדור מתנתק הוא ממשיך באותה מהירות, ומתחיל בתנועה בתאוצה קבועה בציר האנכי ובמהירות קבועה בציר האופקי. מכיוון שלא פועלים כוחות חיצוניים על המערכת של הקרונית והכדור באותו הרגע התנע הכולל נשמר:

$$(m_c+m_b)\cdot v=m_c\cdot v_c+m_b\cdot v \Rightarrow m_c\cdot v+m_b\cdot v=m_c\cdot v_c+m_b\cdot v \Rightarrow v_c=v=2\ [\tfrac{m}{s}]$$

ב.

$$x_b=x_0+v_{x0}t=2t=2\ [m]$$
$$y_b=y_0+v_{y0}t+\frac{at^2}{2}=\frac{g}{2}=4.905\ [m]\approx 4.91\ [m]$$

והמהירות של הכדור

$$v_{xb}=v_{x0}=2\ [\tfrac{m}{s}];\quad v_{yb}=0+gt=9.81\ [\tfrac{m}{s}]$$

כלומר, מיקום הכדור הוא $(2,4.91)$ ומהירותו $(2,9.81)$.

ג. גם כאן לא פועלים כוחות חיצוניים (בציר האופקי) על המערכת ולכן התנע האופקי נשמר. הפעם לכדור הנופל יש מהירות 0 בכיוון האופקי ולכן:

$$m_c\cdot v+m_b\cdot 0=(m_b+m_c)\cdot v_f \Rightarrow v_f=\frac{m_c}{m_b+m_c}\cdot 2=\frac{0.6}{0.8}\cdot 2=1.5\ [\tfrac{m}{s}]$$